



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 14 FEBRUARIE 2025**

**Clasa a VIII-a**

**Barem de notare și evaluare**

**Subiectul I**

PROBLEMA	1 (2 p)	2 (2 p)	3 (2 p)	4 (2 p)	5 (1 p)	6 (1 p)	7 (1 p)	8 (1 p)	9 (1 p)	10 (1 p)
Varianta corectă de răspuns	C	B	A	C	A	A	E	E	D	B

**Subiectul al II-lea**

**PROBLEMA 1.**

Folosind inegalitatea mediilor, rezultă că  $x + \frac{6}{x} \geq 2\sqrt{6}$  și  $y + \frac{12}{y} \geq 4\sqrt{3}$  ..... 3p

Notă: se vor acorda **2p** din cele 3p dacă se demonstrează **doar una** dintre cele două inegalități de mai sus.

Atunci  $\left(x + \frac{6}{x}\right)\left(y + \frac{12}{y}\right) \geq 2\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{3} = 24\sqrt{2}$  ..... 1p

$x \in [2, 3] \Rightarrow (x-2)(x-3) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 6 \leq 5x \Rightarrow x + \frac{6}{x} \leq 5$  ..... 1p

$y \in [3, 4] \Rightarrow (y-3)(y-4) \leq 0 \Rightarrow y^2 - 7y + 12 \leq 0 \Rightarrow y^2 + 12 \leq 7y \Rightarrow y + \frac{12}{y} \leq 7$  ..... 1p

$\left(x + \frac{6}{x}\right)\left(y + \frac{12}{y}\right) \leq 35$  ..... 1p

Observație. Egalitatea din stânga se atinge pentru  $x = \sqrt{6}$ ,  $y = 2\sqrt{3}$ , iar inegalitatea din dreapta se obține pentru  $(x, y) \in \{(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ .



**PROBLEMA 2.**

Fie pătratul de latură  $k$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$  de arie  $k^2$  .....1p

Dacă vom considera fața cu laturile  $n$ ,  $n+2$  avem  $n(n+2)=k^2$ , imposibil deoarece  
 $n^2 < n^2 + 2n < (n+1)^2$  .....2p

Dacă vom considera fața cu laturile  $n$ ,  $n+4$ , obținem  $n^2 + 4n = k^2$  imposibil deoarece  
 $(n+1)^2 < n^2 + 4n < (n+2)^2$  .....2p

Dacă vom considera fața cu laturile  $n+2$ ,  $n+4$ , obținem  $n^2 + 6n + 8 = k^2$  imposibil deoarece  
 $(n+2)^2 < n^2 + 6n + 8 < (n+3)^2$  .....2p